

# PENERAPAN HUKUM MORTALITA MAKEHAM DAN TINGKAT SUKU BUNGA STOKASTIK UNTUK PERHITUNGAN NILAI TUNAI MANFAAT

Valensia Huang; Farah Kristiani

Jurusan Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan  
Jalan Ciumbuleuit No. 94, Bandung  
farah@unpar.ac.id

## ABSTRACT

*Actuarial functions can be calculated by using mortality table and its approach by mortality law. One famous mortality law is Makeham mortality law. The mortality law approach towards the mortality table is applied because the result is continuous. The mortality law approach can explain any phenomenon which happens in a population. The discrepancies between data which is approached by data from Makeham mortality law and mortality table can affect the accuracy in estimating actuarial functions and actuarial present value of benefit. In this research, writer calculates the actuarial present value of benefit with constant interest rate, Vasicek and Cox-Ingersoll-Ross (CIR) interest rate to anticipate the interest rate fluctuation. Writer uses data from United States mortality table period 1979-1981, 3<sup>rd</sup> Indonesian Mortality Table (2011) for men, 3<sup>rd</sup> Indonesian Mortality Table (2011) for women, and the approximation by Makeham mortality law. Writer intends to discuss the relation between age of the insured and stochastic interest rate parameters to the actuarial present value of benefit. Furthermore, writer compares the actuarial present value of benefits obtained from mortality tables and their approximation. It can be inferred that the actuarial present value of benefit is influenced by age of the insured and parameters from each of the stochastic interest rate.*

**Keywords:** Makeham, mortality table, interest rate, stochastic, benefit

## ABSTRAK

*Fungsi-fungsi aktuarial dapat dihitung dengan menggunakan tabel mortalita dan pendekatan hukum mortalita terhadap tabel mortalita. Salah satu hukum mortalita yang terkenal adalah hukum mortalita Makeham. Adapun pendekatan hukum mortalita Makeham terhadap tabel mortalita digunakan karena hasil dari pendekatan tersebut berbentuk kontinu, sehingga praktis dalam penggunaannya. Dari pendekatan hukum mortalita tersebut dapat dikaji fenomena-fenomena yang terjadi pada suatu populasi. Perbedaan pada data dari pendekatan hukum mortalita Makeham dan tabel mortalita akan mempengaruhi keakuratan dalam mengestimasi fungsi aktuarial dan nilai tunai manfaat. Pada penelitian ini dilakukan perhitungan nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga konstan, tingkat suku bunga yang mengikuti model Vasicek dan CIR untuk mengantisipasi fluktuasi tingkat suku bunga. Data yang digunakan adalah data dari pendekatan hukum mortalita Makeham terhadap tabel mortalita penduduk Amerika Serikat tahun 1979-1981, Tabel Mortalita Indonesia (TMI) 3 tahun 2011 untuk pria, dan TMI 3 tahun 2011 untuk wanita. Dibahas pula pengaruh dari berbagai usia pihak tertanggung dan parameter tingkat suku bunga stokastik terhadap nilai tunai manfaat. Selanjutnya, akan dibandingkan nilai tunai manfaat yang diperoleh dari tabel mortalita dan pendekatan hukum mortalita Makeham. Besaran nilai tunai manfaat ternyata dipengaruhi oleh usia seseorang dan nilai-nilai parameter dari masing-masing model tingkat suku bunga.*

**Kata kunci:** Makeham, tabel mortalita, suku bunga, stokastik, manfaat

## PENDAHULUAN

Perusahaan asuransi menyediakan produk untuk menanggung risiko keuangan ketika suatu keluarga kehilangan pencari nafkahnya. Produk tersebut berupa kontrak yang memberikan manfaat kepada ahli waris pihak tertanggung setelah pemegang kontrak membayar premi kepada perusahaan asuransi pada setiap periode waktu yang telah disepakati sejak kontrak ditandatangani. Fungsi-fungsi aktuaria dapat dihitung dengan menggunakan tabel mortalita dan pendekatan hukum mortalita terhadap tabel mortalita.

Menurut (Bowers dkk, 1997), pendekatan dengan hukum mortalita digunakan karena hasil dari pendekatan tersebut berbentuk kontinu, sehingga praktis dalam penggunaannya. Dari pendekatan hukum mortalita tersebut dapat dikaji fenomena-fenomena yang terjadi pada suatu populasi. Terdapat beberapa hukum mortalita yang terkenal seperti De Moivre, Gompertz, Makeham, dan Weibull. Dari Sanjaya dkk., (2011), sudah ada kajian tentang pendekatan hukum mortalita Gompertz terhadap tabel mortalita penduduk Amerika Serikat tahun 1979-1981 dengan hasil pendekatan yang kurang sesuai karena hukum mortalita Gompertz hanya memperhitungkan kematian yang disebabkan oleh faktor usia saja, padahal dalam tabel mortalita tercatat kematian yang tidak hanya disebabkan oleh faktor usia saja. Dari Huang dan Kristiani (2012), telah dilakukan analisis kesesuaian antara pendekatan hukum mortalita Gompertz dan Makeham terhadap tabel yang sama, TMI 3 untuk pria, dan TMI 3 untuk wanita. Dari penelitian tersebut, diperoleh kesimpulan bahwa TMI 3 untuk wanita sesuai jika didekati dengan hukum mortalita Makeham.

Penelitian ini merupakan lanjutan dari kajian sebelumnya. Di sini, akan dilakukan perhitungan nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga konstan, tingkat suku bunga yang mengikuti model Vasicek, dan tingkat suku bunga yang mengikuti model CIR untuk mengantisipasi fluktuasi tingkat suku bunga. Selain itu, akan dibahas pengaruh dari berbagai usia pihak tertanggung dan parameter tingkat suku bunga stokastik terhadap nilai tunai manfaat. Adapun tabel mortalita yang digunakan sama dengan kajian yang telah dilakukan sebelumnya (Huang dan Kristiani, 2012).

## METODE

Dari (Bowers dkk, 1997) diketahui bahwa  $(x)$  menyatakan seseorang yang sekarang berusia  $x$  tahun dan  $T(x)$  menyatakan sisa usia dari  $(x)$ . Diketahui juga bahwa  ${}_tq_x = \Pr[T(x) \leq t]$  menyatakan peluang  $(x)$  akan meninggal dalam kurun waktu  $t$  tahun dan  ${}_tp_x = \Pr[T(x) > t]$  menyatakan peluang  $(x)$  akan bertahan hidup hingga  $t$  tahun kemudian. Selanjutnya, berikut adalah kaitan antara  ${}_tp_x$  dan  ${}_tq_x$

$${}_tq_x = 1 - {}_tp_x \quad (1)$$

Untuk menyatakan peluang seseorang akan meninggal dalam kurun waktu satu tahun dan bertahan hidup hingga satu tahun kemudian digunakan notasi  $q_x$  dan  $p_x$ .

Masih dari (Bowers dkk, 1997),  $\mu(x)$  menyatakan laju kematian sesaat dari orang yang sekarang berusia  $x$  tahun, sering disebut juga dengan *force of mortality* dan dinyatakan dengan

$$\mu(x) = \frac{f_x(x)}{1-F_x(x)} \quad (2)$$

Berikut ini adalah kaitan antara  ${}_tp_x$  dan  $\mu(x)$

$$\begin{aligned} {}_t p_x &= \exp\left(-\int_0^t \mu(x+s)ds\right) \\ &= \exp\left(-\int_x^{x+t} \mu(y)dy\right) \end{aligned} \quad (3)$$

Selain menggunakan tabel mortalita, perhitungan fungsi-fungsi aktuarial dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan hukum mortalita. Terdapat beberapa penemu hukum mortalita yang cukup terkenal seperti De Moivre, Gompertz, Makeham, dan Weibull. Hukum mortalita yang digunakan pada pembahasan ini adalah hukum mortalita Makeham. *Force of mortality* pada hukum mortalita Makeham dinyatakan dengan

$$\mu(x+t) = A + Bc^{x+t} \quad (4)$$

di mana  $B > 0, A \geq -B, c > 1$ , dan  $x, t \geq 0$ . Parameter  $A$  menyatakan risiko yang disebabkan oleh faktor selain usia dan  $Bc^x$  menyatakan risiko karena faktor usia.

Asuransi jiwa yang digunakan dalam penulisan ini adalah asuransi jiwa seumur hidup. Asuransi jiwa seumur hidup memberikan manfaat bergantung pada kematian dari pihak tertanggung yang dapat terjadi sewaktu-waktu di masa yang akan datang.

Peubah acak diskret yang berkaitan dengan sisa usia adalah lamanya waktu ( $x$ ) bertahan hidup sebelum meninggal. Peubah acak ini disebut dengan *curtate-future-lifetime* dari ( $x$ ) dan dinotasikan dengan  $K(x)$  di mana

$$K(x) = [T(x)]$$

Peubah acak dari fungsi nilai tunai manfaat dinotasikan dengan  $z_{k+1}$

$$z_{k+1} = b_{k+1}v_{k+1}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

dengan  $k$  adalah *curtate-future-lifetime* dari ( $x$ ),  $b_{k+1}$  adalah manfaat, dan  $v_{k+1}$  adalah fungsi diskon.

Misalkan dilakukan pembayaran manfaat sebesar 1 unit pada akhir tahun ketika pihak tertanggung meninggal, yaitu pada saat  $k+1$ , maka nilai tunai manfaat asuransi jiwa seumur hidup untuk  $k = 0, 1, 2, \dots$  adalah

$$z_{k+1} = 1 \cdot v_{k+1} = 1 \cdot \exp(-r(k+1))$$

dengan  $r$  adalah *force of interest* atau laju perubahan nilai akumulasi pada waktu  $k$ .

*Actuarial Present Value* (APV) dari manfaat asuransi jiwa seumur hidup adalah

$$A_x = E[z_{k+1}] = \sum_{k=0}^{\omega-x} \exp(-r(k+1)) {}_k p_x q_{x+k} \quad (5)$$

di mana  $\omega$  adalah usia maksimum dari suatu populasi. Besaran  $\omega$  sendiri dapat berbeda-beda, tergantung pada jenis tabel mortalita yang digunakan.

Untuk tingkat suku bunga stokastik yang dipakai adalah tingkat suku bunga mengikuti model Vasicek dan CIR (Cox-Ingersol-Ross).

Tingkat suku bunga dikatakan mengikuti model Vasicek jika pergerakan tingkat suku bunganya mengikuti persamaan diferensial berikut (Hull, 2003)

$$dr(t) = k(\theta - r(t))dt + \sigma dz$$

Misalkan  $P_1(t)$  menyatakan ekspektasi nilai tunai dari pembayaran sebesar 1 unit pada saat  $t$  untuk tingkat suku bunga yang mengikuti model Vasicek.

$$P_1(t) = \exp \left( (B(t) - t) \left( \theta - \frac{\sigma^2}{2k^2} \right) - \frac{\sigma^2 B(t)^2}{4k} - r(0)B(t) \right) \quad (6)$$

$$\text{dengan } B(t) = \frac{1 - \exp(-kt)}{k}.$$

Tingkat suku bunga dikatakan mengikuti model CIR jika pergerakan tingkat suku bunganya mengikuti persamaan diferensial berikut (Hull, 2003)

$$dr(t) = k(\theta - r(t))dt + \sigma\sqrt{r(t)}dz$$

Misalkan  $P_2(t)$  menyatakan ekspektasi nilai tunai dari pembayaran sebesar 1 unit pada saat  $t$  untuk tingkat suku bunga yang mengikuti model CIR.

$$P_2(t) = \left( \frac{2d \exp\left(\frac{k+d}{2}t\right)}{\exp(td)(k+d)+d-k} \right)^{\frac{2k\theta}{\sigma^2}} \exp \left( -\frac{2r(0)(\exp(td)-1)}{\exp(td)(k+d)+d-k} \right) \quad (7)$$

dengan  $d = \sqrt{k^2 + 2\sigma^2}$  dan  $r(t)$  menyatakan tingkat suku bunga pada saat  $t$ ,  $\theta$  menyatakan tingkat suku bunga jangka panjang,  $k$  menyatakan kecepatan penyesuaian  $r(t)$  terhadap  $\theta$ ,  $\sigma$  menyatakan volatilitas,  $dz$  menyatakan proses Wiener dasar, dan  $r(0), k, \theta, \sigma$  merupakan konstanta positif.

### Parameter pada Hukum Mortalita Makeham

Berdasarkan Huang dan Kristiani (2012), diperoleh fungsi distribusi untuk ketiga tabel mortalita seperti berikut (Tabel 1).

Tabel 1 Fungsi Distribusi Kumulatif untuk Tabel Mortalita

Tabel Mortalita	Fungsi ${}_tq_x = 1 - {}_tp_x$
Penduduk Amerika Serikat Tahun 1979-1981	$1 - \exp[-0,0221t - 5,7370 \times 10^{-5} \cdot 1,1103^x(1,1103^t - 1)]$
TMI 3 Tahun 2011 Pria	$1 - \exp[-0,0191t - 1,2430 \times 10^{-4} \cdot 1,1103^x(1,1103^t - 1)]$
TMI 3 Tahun 2011 Wanita	$1 - \exp[-0,00289t - 1,0518 \times 10^{-4} \cdot 1,1121^x(1,1121^t - 1)]$

Masih dari Huang dan Kristiani (2012), didapatkan kesimpulan bahwa TMI 3 wanita sesuai jika didekati dengan hukum mortalita Makeham. Pada penelitian ini, dilakukan kajian lebih lanjut terhadap nilai tunai manfaat untuk ketiga tabel mortalita pada beragam usia dan parameter dari tingkat suku bunga stokastik.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Dengan menggunakan MatLab, diperoleh nilai tunai manfaat untuk ketiga model tingkat suku bunga untuk berbagai usia tertanggung saat penandatanganan kontrak dan berbagai parameter  $k$ ,  $\sigma$ , dan  $\theta$ . Setiap perhitungan dilakukan dengan menggunakan tabel mortalita penduduk Amerika Serikat tahun 1979-1981, Tabel Mortalita Indonesia (TMI) 3 untuk pria, TMI 3 untuk wanita, dan pendekatan hukum mortalita Makeham terhadap masing-masing tabel mortalita tersebut.

### Hasil

Nilai tunai manfaat  $A_x$  akan dihitung dengan menggunakan persamaan (5) dengan ekspektasi dari nilai tunai pembayaran sebesar 1 unit pada saat  $t$  untuk tingkat suku bunga yang beragam yaitu konstan sebesar 5%, mengikuti model Vasicek pada persamaan (6), dan model CIR pada persamaan (7) dengan  $r(0) = 5\%$ . Adapun  $\omega$  pada tabel mortalita penduduk Amerika Serikat tahun 1979-1981 adalah 110 dan  $\omega$  pada TMI 3 untuk pria dan wanita adalah 111.

### Nilai Tunai Manfaat Tabel Mortalita Amerika Serikat Tahun 1979-1981

Hasil perhitungan  $A_x$  yang dibayarkan oleh perusahaan asuransi kepada ahli waris dari pihak tertanggung yang berusia 25, 35, dan 45 tahun dapat dilihat pada Tabel 2, 3, dan 4.

Tabel 2  $A_x$  Tabel Amerika Serikat untuk Pihak Tertanggung Berusia 25 Tahun

Parameter			Hukum Mortalita Makeham			Tabel Mortalita		
$k$	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	0,3113	0,3068	0,3066	0,1049	0,0926	0,0925
		0,20		0,3860	0,3099		0,1692	0,0953
		0,35		0,8172	0,3164		0,7536	0,1009
	0,070	0,01		0,2589	0,2588		0,0575	0,0574
		0,20		0,3106	0,2616		0,0968	0,0593
		0,35		0,5514	0,2672		0,3739	0,0631
	0,080	0,01		0,2353	0,2353		0,0436	0,0435
		0,20		0,2756	0,2378		0,0695	0,0450
		0,35		0,4471	0,2428		0,2418	0,0479
2,0	0,055	0,01	0,3113	0,3061	0,3061	0,1049	0,0924	0,0923
		0,20		0,3269	0,3071		0,1101	0,0932
		0,35		0,3811	0,3093		0,1626	0,0950
	0,070	0,01		0,2571	0,2570		0,0570	0,0570
		0,20		0,2711	0,2579		0,0663	0,0575
		0,35		0,3062	0,2598		0,0930	0,0587
	0,080	0,01		0,2329	0,2329		0,0430	0,0430
		0,20		0,2440	0,2337		0,0492	0,0435
		0,35		0,2714	0,2354		0,0668	0,0444
3,0	0,055	0,01	0,3113	0,3058	0,3058	0,1049	0,0923	0,0923
		0,20		0,3149	0,3063		0,0997	0,0926
		0,35		0,3355	0,3073		0,1177	0,0934
	0,070	0,01		0,2563	0,2563		0,0568	0,0568
		0,20		0,2624	0,2567		0,0607	0,0570
		0,35		0,2762	0,2575		0,0700	0,0576
	0,080	0,01		0,2319	0,2319		0,0428	0,0428
		0,20		0,2367	0,2322		0,0454	0,0430
		0,35		0,2476	0,2330		0,0516	0,0434

Tabel 3  $A_x$  Tabel Amerika Serikat untuk Pihak Tertanggung Berusia 35 Tahun

Parameter			Hukum Mortalita Makeham			Tabel Mortalita		
$k$	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	0,3231	0,3179	0,3177	0,1582	0,1441	0,1439
		0,20		0,4016	0,3212		0,2355	0,1475
		0,35		0,8263	0,3281		0,7851	0,1546
	0,070	0,01		0,2669	0,2668		0,0967	0,0966
		0,20		0,3220	0,2698		0,1492	0,0992
		0,35		0,5704	0,2757		0,4456	0,1045
	0,080	0,01		0,2418	0,2417		0,0762	0,0761
		0,20		0,2848	0,2444		0,1133	0,0783
		0,35		0,4650	0,2498		0,3134	0,0827
	0,055	0,01		0,3172	0,3171		0,1437	0,1436
		0,20		0,3393	0,3183		0,1661	0,1447
		0,35		0,3965	0,3206		0,2282	0,1470
2,0	0,070	0,01	0,3231	0,2650	0,2649	0,1582	0,0958	0,0958
		0,20		0,2799	0,2659		0,1089	0,0966
		0,35		0,3174	0,2679		0,1444	0,0983
	0,080	0,01		0,2392	0,2392		0,0753	0,0752
		0,20		0,2511	0,2401		0,0846	0,0759
		0,35		0,2803	0,2419		0,1095	0,0773
	0,055	0,01		0,3169	0,3169		0,1435	0,1435
		0,20		0,3265	0,3174		0,1531	0,1440
		0,35		0,3484	0,3185		0,1754	0,1450
	0,070	0,01		0,2642	0,2642	0,1582	0,0955	0,0955
		0,20		0,2707	0,2646		0,1011	0,0959
		0,35		0,2853	0,2655		0,1140	0,0966
3,0	0,080	0,01	0,3231	0,2382	0,2382		0,0749	0,0749
		0,20		0,2434	0,2386		0,0789	0,0752
		0,35		0,2549	0,2394		0,0880	0,0758

Tabel 4  $A_x$  Tabel Amerika Serikat untuk Pihak Tertanggung Berusia 45 Tahun

Parameter			Hukum Mortalita Makeham			Tabel Mortalita		
$k$	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	0,3451	0,3393	0,3391	0,2381	0,2242	0,2240
		0,20		0,4283	0,3429		0,3261	0,2283
		0,35		0,8380	0,3504		0,8172	0,2366
	0,070	0,01		0,2838	0,2837		0,1648	0,1647
		0,20		0,3437	0,2870		0,2300	0,1682
		0,35		0,5981	0,2934		0,5292	0,1750
	0,080	0,01		0,2562	0,2561		0,1369	0,1368
		0,20		0,3034	0,2591		0,1861	0,1398
		0,35		0,4932	0,2650		0,4043	0,1459
	0,055	0,01		0,3386	0,3385		0,2236	0,2236
		0,20		0,3623	0,3397		0,2500	0,2249
		0,35		0,4230	0,3422		0,3190	0,2276
2,0	0,070	0,01	0,3451	0,2817	0,2817	0,2381	0,1634	0,1634
		0,20		0,2980	0,2827		0,1804	0,1645
		0,35		0,3387	0,2849		0,2243	0,1667
	0,080	0,01		0,2535	0,2534		0,1353	0,1352
		0,20		0,2665	0,2544		0,1482	0,1362
		0,35		0,2984	0,2564		0,1811	0,1381
	0,055	0,01		0,3383	0,3383		0,2234	0,2234
		0,20		0,3486	0,3388		0,2348	0,2240
		0,35		0,3720	0,3399		0,2608	0,2252
	0,070	0,01	0,3451	0,2808	0,2808	0,2381	0,1629	0,1628
		0,20		0,2880	0,2813		0,1702	0,1633
		0,35		0,3040	0,2823		0,1869	0,1644
3,0	0,080	0,01		0,2523	0,2523		0,1346	0,1346
		0,20		0,2580	0,2528		0,1402	0,1350
		0,35		0,2707	0,2537		0,1528	0,1359

Dari ketiga tabel di atas, dapat dilihat bahwa pada tingkat suku bunga yang mengikuti model Vasicek, semakin besar nilai parameter  $k$ , pengaruh parameter  $\sigma$  terhadap nilai tunai manfaat untuk ahli waris pihak tertanggung akan semakin kecil. Pada tingkat suku bunga yang mengikuti model CIR, untuk sebarang nilai parameter  $k$ , pengaruh parameter  $\sigma$  terhadap nilai tunai manfaat untuk ahli waris pihak tertanggung tidak terlalu signifikan. Pengaruh parameter  $\theta$  cukup signifikan terhadap nilai tunai manfaat baik untuk tingkat suku bunga model Vasicek maupun CIR untuk sebarang nilai parameter  $k$  dan  $\sigma$ .

### Nilai Tunai Manfaat TMI 3 untuk Pria

Hasil perhitungan  $A_x$  yang dibayarkan oleh perusahaan asuransi kepada ahli waris dari pihak tertanggung yang berusia 25, 35, dan 45 tahun dapat dilihat pada Tabel 5, 6, dan 7.

Tabel 5  $A_x$  TMI 3 Pria untuk Pihak Tertanggung Berusia 25 Tahun

Parameter			Hukum Mortalita Makeham			Tabel Mortalita		
$k$	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	0,2935	0,2875	0,2873	0,1003	0,0875	0,0874
		0,20		0,3696	0,2907		0,1657	0,0902
		0,35		0,8159	0,2974		0,7549	0,0959
	0,070	0,01		0,2390	0,2389		0,0518	0,0518
		0,20		0,2916	0,2417		0,0918	0,0537
		0,35		0,5424	0,2473		0,3737	0,0575
	0,080	0,01		0,2155	0,2154		0,0379	0,0379
		0,20		0,2559	0,2179		0,0640	0,0393
		0,35		0,4338	0,2229		0,2397	0,0422
	0,055	0,01		0,2869	0,2868		0,0872	0,0872
		0,20		0,3082	0,2879		0,1053	0,0881
		0,35		0,3644	0,2901		0,1588	0,0899
2,0	0,055	0,01	0,2935	0,2372	0,2372	0,1003	0,0514	0,0513
		0,20		0,2513	0,2381		0,0607	0,0519
		0,35		0,2871	0,2400		0,0879	0,0531
	0,070	0,01		0,2132	0,2132		0,0374	0,0374
		0,20		0,2242	0,2140		0,0436	0,0379
		0,35		0,2517	0,2156		0,0612	0,0388
	0,080	0,01		0,2132	0,2132		0,0374	0,0374
		0,20		0,2242	0,2140		0,0436	0,0379
		0,35		0,2517	0,2156		0,0612	0,0388
	0,055	0,01		0,2866	0,2866		0,0871	0,0871
		0,20		0,2959	0,2871		0,0947	0,0875
		0,35		0,3170	0,2881		0,1131	0,0883
3,0	0,055	0,01	0,2935	0,2365	0,2365	0,1003	0,0512	0,0512
		0,20		0,2426	0,2369		0,0551	0,0514
		0,35		0,2565	0,2378		0,0646	0,0520
	0,070	0,01		0,2122	0,2122		0,0372	0,0372
		0,20		0,2171	0,2126		0,0398	0,0374
		0,35		0,2279	0,2134		0,0460	0,0378
	0,080	0,01		0,2122	0,2122		0,0372	0,0372
		0,20		0,2171	0,2126		0,0398	0,0374
		0,35		0,2279	0,2134		0,0460	0,0378
	0,055	0,01		0,2866	0,2866		0,0871	0,0871
		0,20		0,2959	0,2871		0,0947	0,0875
		0,35		0,3170	0,2881		0,1131	0,0883

Tabel 6  $A_x$  TMI 3 Pria untuk Pihak Tertanggung Berusia 35 Tahun

Parameter			Hukum Mortalita Makeham			Tabel Mortalita		
$k$	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	0,3146	0,3078	0,3076	0,1565	0,1417	0,1415
		0,20		0,3959	0,3113		0,2355	0,1452
		0,35		0,8287	0,3186		0,7873	0,1525
	0,070	0,01		0,2544	0,2543		0,0928	0,0927
		0,20		0,3122	0,2574		0,1470	0,0955
		0,35		0,5712	0,2636		0,4488	0,1010
	0,080	0,01		0,2283	0,2282		0,0718	0,0717
		0,20		0,2732	0,2311		0,1100	0,0740
		0,35		0,4623	0,2366		0,3150	0,0785
	0,055	0,01		0,3078	0,3076		0,1417	0,1415
		0,20		0,3959	0,3113		0,2355	0,1452
		0,35		0,8287	0,3186		0,7873	0,1525

2,0	0,055	0,01	0,3146	0,3071	0,3070	0,1565	0,1413	0,1412
		0,20		0,3303	0,3082		0,1643	0,1424
		0,35		0,3904	0,3106		0,2281	0,1447
	0,070	0,01		0,2525	0,2525		0,0920	0,0920
		0,20		0,2681	0,2535		0,1055	0,0929
		0,35		0,3073	0,2555		0,1420	0,0946
	0,080	0,01		0,2259	0,2259		0,0709	0,0709
		0,20		0,2381	0,2268		0,0804	0,0716
		0,35		0,2685	0,2286		0,1061	0,0730
3,0	0,055	0,01	0,3146	0,3068	0,3068	0,1565	0,1411	0,1411
		0,20		0,3169	0,3073		0,1509	0,1416
		0,35		0,3398	0,3084		0,1739	0,1427
	0,070	0,01		0,2517	0,2517		0,0917	0,0917
		0,20		0,2585	0,2522		0,0974	0,0921
		0,35		0,2738	0,2531		0,1108	0,0929
	0,080	0,01		0,2249	0,2249		0,0705	0,0705
		0,20		0,2302	0,2253		0,0746	0,0708
		0,35		0,2422	0,2261		0,0840	0,0715

Tabel 7  $A_x$  TMI 3 Pria untuk Pihak Tertanggung Berusia 45 Tahun

Parameter			Hukum Mortalita Makeham			Tabel Mortalita		
$k$	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	0,3516	0,3447	0,3445	0,2433	0,2289	0,2287
		0,20		0,4384	0,3486		0,3331	0,2331
		0,35		0,8443	0,3565		0,8207	0,2416
	0,070	0,01		0,2853	0,2851		0,1675	0,1674
		0,20		0,3495	0,2887		0,2348	0,1710
		0,35		0,6112	0,2957		0,5372	0,1781
	0,080	0,01		0,2555	0,2554		0,1385	0,1384
		0,20		0,3064	0,2587		0,1895	0,1416
		0,35		0,5054	0,2650		0,4121	0,1478
2,0	0,055	0,01	0,3516	0,3439	0,3439	0,2433	0,2283	0,2283
		0,20		0,3692	0,3452		0,2554	0,2296
		0,35		0,4329	0,3478		0,3259	0,2324
	0,070	0,01		0,2831	0,2831		0,1661	0,1660
		0,20		0,3007	0,2842		0,1837	0,1672
		0,35		0,3442	0,2866		0,2290	0,1695
	0,080	0,01		0,2528	0,2528		0,1368	0,1368
		0,20		0,2668	0,2538		0,1502	0,1378
		0,35		0,3012	0,2559		0,1844	0,1398

Parameter			Hukum Mortalita Makeham			Tabel Mortalita		
$k$	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR	Konstan	Vasicek	CIR
3,0	0,055	0,01	0,3516	0,3436	0,3436	0,2433	0,2281	0,2281
		0,20		0,3546	0,3442		0,2398	0,2287
		0,35		0,3794	0,3454		0,2665	0,2300
	0,070	0,01		0,2823	0,2823		0,1655	0,1655
		0,20		0,2899	0,2828		0,1731	0,1660
		0,35		0,3071	0,2838		0,1904	0,1671
	0,080	0,01		0,2517	0,2516		0,1361	0,1361
		0,20		0,2578	0,2521		0,1419	0,1366
		0,35		0,2714	0,2531		0,1551	0,1375

Dari ketiga tabel di atas, dapat dilihat bahwa pada tingkat suku bunga yang mengikuti model Vasicek, semakin besar nilai parameter  $k$ , pengaruh parameter  $\sigma$  terhadap nilai tunai manfaat untuk ahli waris pihak tertanggung akan semakin kecil. Pada tingkat suku bunga yang mengikuti model CIR, untuk sebarang nilai parameter  $k$ , pengaruh parameter  $\sigma$  terhadap nilai tunai manfaat untuk ahli waris pihak tertanggung tidak terlalu signifikan. Pengaruh parameter  $\theta$  cukup signifikan terhadap nilai tunai manfaat baik untuk tingkat suku bunga model Vasicek maupun CIR untuk sebarang nilai parameter  $k$  dan  $\sigma$ .



### Nilai Tunai Manfaat TMI 3 untuk Wanita

Hasil perhitungan  $A_x$  yang dibayarkan oleh perusahaan asuransi kepada ahli waris dari pihak tertanggung yang berusia 25, 35, dan 45 tahun dapat dilihat pada Tabel 8, 9, dan 10.

Tabel 8  $A_x$  TMI 3 Wanita untuk Pihak Tertanggung Berusia 25 Tahun

$k$	Parameter		Hukum Mortalita Makeham			Tabel Mortalita		
	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	0,1085	0,0981	0,0980	0,0809	0,0693	0,0692
		0,20		0,1681	0,1006		0,1398	0,0717
		0,35		0,7468	0,1056		0,7397	0,0766
	0,070	0,01		0,0667	0,0666		0,0391	0,0390
		0,20		0,1018	0,0683		0,0731	0,0406
		0,35		0,3638	0,0717		0,3421	0,0438
	0,080	0,01		0,0542	0,0542		0,0278	0,0277
		0,20		0,0773	0,0555		0,0492	0,0289
		0,35		0,2361	0,0581		0,2100	0,0312
2,0	0,055	0,01	0,1085	0,0979	0,0978	0,0809	0,0691	0,0690
		0,20		0,1139	0,0986		0,0849	0,0698
		0,35		0,1619	0,1002		0,1333	0,0714
	0,070	0,01		0,0661	0,0661		0,0387	0,0387
		0,20		0,0744	0,0666		0,0465	0,0392
		0,35		0,0984	0,0677		0,0697	0,0402
	0,080	0,01		0,0536	0,0536		0,0274	0,0274
		0,20		0,0592	0,0540		0,0324	0,0278
		0,35		0,0748	0,0548		0,0469	0,0285
3,0	0,055	0,01	0,1085	0,0978	0,0978	0,0809	0,0690	0,0690
		0,20		0,1045	0,0981		0,0756	0,0693
		0,35		0,1208	0,0988		0,0918	0,0700
	0,070	0,01		0,0659	0,0659		0,0386	0,0386
		0,20		0,0694	0,0661		0,0418	0,0388
		0,35		0,0778	0,0666		0,0497	0,0392
	0,080	0,01		0,0534	0,0533		0,0273	0,0273
		0,20		0,0557	0,0535		0,0294	0,0274
		0,35		0,0613	0,0539		0,0344	0,0278

Tabel 9  $A_x$  TMI 3 Wanita untuk Pihak Tertanggung Berusia 35 Tahun

$k$	Parameter		Hukum Mortalita Makeham			Tabel Mortalita		
	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	0,1446	0,1319	0,1318	0,1275	0,1135	0,1134
		0,20		0,2161	0,1350		0,2001	0,1167
		0,35		0,7746	0,1414		0,7719	0,1232
	0,070	0,01		0,0903	0,0902		0,0712	0,0711
		0,20		0,1366	0,0925		0,1184	0,0734
		0,35		0,4220	0,0971		0,4119	0,0781
	0,080	0,01		0,0729	0,0728		0,0537	0,0537
		0,20		0,1047	0,0747		0,0859	0,0555
		0,35		0,2909	0,0784		0,2773	0,0592
2,0	0,055	0,01	0,1446	0,1316	0,1315	0,1275	0,1132	0,1132
		0,20		0,1518	0,1325		0,1339	0,1142
		0,35		0,2092	0,1346		0,1929	0,1163
	0,070	0,01		0,0896	0,0895		0,0706	0,0705
		0,20		0,1009	0,0902		0,0820	0,0712
		0,35		0,1322	0,0917		0,1139	0,0727
	0,080	0,01		0,0720	0,0720		0,0530	0,0530
		0,20		0,0799	0,0726		0,0609	0,0536
		0,35		0,1014	0,0737		0,0826	0,0548
3,0	0,055	0,01	0,1446	0,1315	0,1314	0,1275	0,1131	0,1131
		0,20		0,1400	0,1319		0,1218	0,1135
		0,35		0,1603	0,1328		0,1426	0,1145

0,070	0,01	0,0893	0,0893	0,0703	0,0703
	0,20	0,0941	0,0896	0,0751	0,0706
	0,35	0,1053	0,0902	0,0865	0,0713
0,080	0,01	0,0717	0,0717	0,0528	0,0528
	0,20	0,0750	0,0719	0,0561	0,0530
	0,35	0,0829	0,0725	0,0639	0,0535

Tabel 10  $A_x$  TMI 3 Wanita untuk Pihak Tertanggung Berusia 45 Tahun

Parameter			Hukum Mortalita Makeham			Tabel Mortalita		
$k$	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	0,2015	0,1875	0,1873	0,1988	0,1840	0,1838
		0,20		0,2850	0,1913		0,2838	0,1878
		0,35		0,8039	0,1990		0,8048	0,1958
	0,070	0,01		0,1337	0,1336		0,1285	0,1284
		0,20		0,1930	0,1367		0,1896	0,1316
		0,35		0,4926	0,1428		0,4939	0,1379
	0,080	0,01		0,1095	0,1095		0,1034	0,1033
		0,20		0,1528	0,1121		0,1482	0,1060
		0,35		0,3636	0,1172		0,3638	0,1114
	0,055	0,01		0,1870	0,1869		0,1835	0,1834
		0,20		0,2116	0,1882		0,2087	0,1847
		0,35		0,2777	0,1907		0,2764	0,1873
2,0	0,070	0,01	0,2015	0,1326	0,1326	0,1988	0,1274	0,1273
		0,20		0,1477	0,1336		0,1430	0,1283
		0,35		0,1877	0,1355		0,1842	0,1304
	0,080	0,01		0,1082	0,1082		0,1021	0,1021
		0,20		0,1193	0,1090		0,1136	0,1029
		0,35		0,1484	0,1107		0,1437	0,1047
	0,055	0,01		0,1868	0,1868		0,1833	0,1832
		0,20		0,1973	0,1873		0,1941	0,1838
		0,35		0,2217	0,1885		0,2191	0,1850
	0,070	0,01		0,1322	0,1322		0,1269	0,1269
		0,20		0,1387	0,1326		0,1336	0,1274
		0,35		0,1536	0,1335		0,1490	0,1283
3,0	0,080	0,01	0,2015	0,1077	0,1077	0,1988	0,1016	0,1016
		0,20		0,1125	0,1081		0,1065	0,1020
		0,35		0,1234	0,1088		0,1179	0,1028

Dari ketiga tabel di atas, dapat dilihat bahwa pada tingkat suku bunga yang mengikuti model Vasicek, semakin besar nilai parameter  $k$ , pengaruh parameter  $\sigma$  terhadap nilai tunai manfaat untuk ahli waris pihak tertanggung akan semakin kecil. Pada tingkat suku bunga yang mengikuti model CIR, untuk sebarang nilai parameter  $k$ , pengaruh parameter  $\sigma$  terhadap nilai tunai manfaat untuk ahli waris pihak tertanggung tidak terlalu signifikan. Pengaruh parameter  $\theta$  cukup signifikan terhadap nilai tunai manfaat baik untuk tingkat suku bunga model Vasicek maupun CIR untuk sebarang nilai parameter  $k$  dan  $\sigma$ .

### Tingkat Error

Pada pendekatan hukum mortalita terhadap tabel mortalita, tentu akan ada perbedaan pada nilai-nilainya. Demikian pula dengan nilai tunai manfaat yang dipengaruhi. Pada sub bab ini, akan dihitung ketidaksesuaian pada nilai tunai manfaat untuk berbagai parameter dan usia pihak tertanggung dengan menggunakan *relative error*.

### Tingkat Error untuk Nilai Tunai Manfaat Pada Tabel Mortalita Amerika Serikat Tahun 1979-1981

Tingkat *error* dari nilai tunai manfaat untuk ahli waris dari pihak tertanggung yang berusia  $x$  tahun saat penandatanganan kontrak diperoleh dari

$$Error = \frac{|A_{xMakeham} - A_{xtabel}|}{A_{xtabel}} \times 100\% \quad (8)$$

Dengan menggunakan persamaan (8), didapatkan hasil perhitungan tingkat *error* dari nilai tunai manfaat untuk ahli waris dari pihak tertanggung yang berusia 25, 35, dan 45 tahun saat penandatanganan kontrak yang dapat dilihat pada Tabel 11-13.

Tabel 11 Tingkat  $ErrorA_x$  Tabel Amerika Serikat untuk Pihak Tertanggung Berusia 25 Tahun

$k$	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	196,7564	231,1084	231,3893
		0,20		128,1038	225,1169
		0,35		8,4301	213,5298
	0,070	0,01		350,5216	350,8524
		0,20		220,7540	341,2969
		0,35		47,4855	323,5537
	0,080	0,01		440,0303	440,3797
		0,20		296,5808	428,7089
		0,35		84,9511	406,9133
2,0	0,055	0,01	196,7564	231,3859	231,4712
		0,20		196,7824	229,5146
		0,35		134,4412	225,6123
	0,070	0,01		351,1809	351,2815
		0,20		309,0368	348,2974
		0,35		229,3150	342,3360
	0,080	0,01		441,0461	441,1524
		0,20		395,5293	437,5073
		0,35		306,5458	430,2117
3,0	0,055	0,01	196,7564	231,4572	231,4951
		0,20		215,7118	230,6187
		0,35		184,9407	228,8359
	0,070	0,01		351,3653	351,4101
		0,20		332,3516	350,0730
		0,35		294,3625	347,3508
	0,080	0,01		441,3386	441,3859
		0,20		420,9187	439,7524
		0,35		379,5199	436,4240

Tabel 12 Tingkat  $ErrorA_x$  Tabel Amerika Serikat untuk Pihak Tertanggung Berusia 35 Tahun

$k$	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	104,2717	120,6343	120,7669
		0,20		70,5797	117,8017
		0,35		5,2577	112,3014
	0,070	0,01		176,1322	176,2842
		0,20		115,7788	171,8951
		0,35		28,0101	163,7308
	0,080	0,01		217,2833	217,4442
		0,20		151,3045	212,0820
		0,35		48,3724	202,0766
2,0	0,055	0,01	104,2717	120,7794	120,8197
		0,20		104,2896	119,8943
		0,35		73,7263	118,0462
	0,070	0,01		176,5136	176,5599
		0,20		157,0689	175,1864
		0,35		119,8182	172,4413
	0,080	0,01		217,8927	217,9417
		0,20		196,9324	216,2612
		0,35		155,9315	212,8992
3,0	0,055	0,01	104,2717	120,8174	120,8354
		0,20		113,3443	120,4207
		0,35		98,5755	119,5768

0,070	0,01	176,6227	176,6433
	0,20	167,8570	176,0274
	0,35	150,2792	174,7734
0,080	0,01	218,0717	218,0936
	0,20	208,6534	217,3397
	0,35	189,5944	215,8038

Tabel 13 Tingkat  $ErrorA_x$  Tabel Amerika Serikat untuk Pihak Tertanggung Berusia 45 Tahun

$k$	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	44,9282	51,3207	51,3719
		0,20		31,3404	50,2249
		0,35		2,5472	48,0857
	0,070	0,01		72,2024	72,2581
		0,20		49,4692	70,6486
		0,35		13,0291	67,6381
	0,080	0,01		87,0942	87,1515
		0,20		63,0312	85,2397
		0,35		22,0000	81,6537
2,0	0,055	0,01	44,9282	51,3859	51,4015
		0,20		44,9391	51,0431
		0,35		32,6099	50,3261
	0,070	0,01		72,3858	72,4029
		0,20		65,1855	71,8982
		0,35		51,0256	70,8879
	0,080	0,01		87,3834	87,4010
		0,20		79,8427	86,8003
		0,35		64,7698	85,5967
3,0	0,055	0,01	44,9282	51,4034	51,4104
		0,20		48,4957	51,2497
		0,35		42,6709	50,9225
	0,070	0,01		72,4396	72,4471
		0,20		69,2054	72,2207
		0,35		62,6486	71,7593
	0,080	0,01		87,4701	87,4779
		0,20		84,0909	87,2082
		0,35		77,1923	86,6583

Dari ketiga tabel di atas, dapat dilihat bahwa semakin besar nilai parameter  $k$  dan  $\theta$ , tingkat *error* dari nilai tunai manfaat untuk ahli waris pihak tertanggung juga semakin besar. Sedangkan untuk parameter  $\sigma$ , semakin besar nilainya, tingkat *error* dari nilai tunai manfaat semakin kecil.

### Tingkat *Error* untuk Nilai Tunai Manfaat Pada TMI 3 untuk Pria

Dengan menggunakan persamaan (8), didapatkan hasil perhitungan tingkat *error* dari nilai tunai manfaat untuk ahli waris dari pihak tertanggung yang berusia 25, 35, dan 45 tahun saat penandatanganan kontrak yang dapat dilihat pada Tabel 14-16.

Tabel 14 Tingkat  $ErrorA_x$  TMI 3 Pria untuk Pihak Tertanggung Berusia 25 Tahun

$k$	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	192,6014	228,6337	228,9320
		0,20		123,1112	222,2839
		0,35		8,0811	210,0823
	0,070	0,01		361,1629	361,5467
		0,20		217,6621	350,4976
		0,35		45,1357	330,1909
	0,080	0,01		468,5234	468,9569
		0,20		299,8194	454,5360
		0,35		80,9655	427,9430

2,0	0,055	0,01	192,6014	228,9233	229,0138
		0,20		192,6264	226,9372
		0,35		129,4030	222,8044
	0,070	0,01		361,8873	362,0039
		0,20		313,7602	358,5459
		0,35		226,7188	351,6605
	0,080	0,01		469,6924	469,8243
		0,20		414,1800	465,3080
		0,35		310,9552	456,3056
3,0	0,055	0,01	192,6014	228,9973	229,0376
		0,20		212,3705	228,1072
		0,35		180,4098	226,2162
	0,070	0,01		362,0884	362,1403
		0,20		340,1887	360,5900
		0,35		297,3487	357,4385
	0,080	0,01		470,0260	470,0847
		0,20		444,8884	468,0595
		0,35		395,0852	463,9406

Tabel 15 Tingkat  $ErrorA_x$  TMI 3 Pria untuk Pihak Tertanggung Berusia 35 Tahun

$k$	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	100,9806	117,2247	117,3572
		0,20		68,1171	114,3974
		0,35		5,2526	108,9255
	0,070	0,01		174,0092	174,1687
		0,20		112,3766	169,5734
		0,35		27,2943	161,0749
	0,080	0,01		218,0070	218,1824
		0,20		148,2559	212,3485
		0,35		46,7765	201,5433
2,0	0,055	0,01	100,9806	117,3680	117,4083
		0,20		100,9975	116,4838
		0,35		71,1618	114,6399
	0,070	0,01		174,3973	174,4459
		0,20		154,1820	173,0060
		0,35		116,4054	170,1338
	0,080	0,01		218,6464	218,6999
		0,20		196,0150	216,8684
		0,35		153,0081	213,2132
3,0	0,055	0,01	100,9806	117,4054	117,4233
		0,20		109,9605	117,0091
		0,35		95,3728	116,1664
	0,070	0,01		174,5078	174,5294
		0,20		165,3505	173,8836
		0,35		147,2044	172,5697
	0,080	0,01		218,8333	218,8571
		0,20		208,6078	218,0351
		0,35		188,1933	216,3625

Tabel 16 Tingkat  $ErrorA_x$  TMI 3 Pria untuk Pihak Tertanggung Berusia 45 Tahun

$k$	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	44,5340	50,5736	50,6220
		0,20		31,6317	49,5388
		0,35		2,8727	47,5181
	0,070	0,01		70,3200	70,3729
		0,20		48,8241	68,8466
		0,35		13,7912	65,9944
	0,080	0,01		84,5021	84,5569
		0,20		61,6353	82,7294
		0,35		22,6354	79,3073
2,0	0,055	0,01	44,5340	50,6350	50,6497
		0,20		44,5441	50,3112
		0,35		32,8459	49,6342

3,0	0,070	0,01	44,5340	70,4945	70,5106
		0,20		63,6730	70,0319
		0,35		50,2944	69,0737
	0,080	0,01		84,7807	84,7975
		0,20		77,5825	84,2228
		0,35		63,2797	83,0721
	0,055	0,01		50,6514	50,6580
		0,20		47,9053	50,5063
		0,35		42,3987	50,1973
3,0	0,070	0,01	44,5340	70,5455	70,5527
		0,20		67,4790	70,3378
		0,35		61,2736	69,9001
	0,080	0,01		84,8640	84,8715
		0,20		81,6339	84,6134
		0,35		75,0602	84,0875

Dari ketiga tabel di atas, dapat dilihat bahwa semakin besar nilai parameter  $k$  dan  $\theta$ , tingkat *error* dari nilai tunai manfaat untuk ahli waris pihak tertanggung juga semakin besar. Sedangkan untuk parameter  $\sigma$ , semakin besar nilainya, tingkat *error* dari nilai tunai manfaat semakin kecil.

### Tingkat *Error* untuk Nilai Tunai Manfaat Pada TMI 3 untuk Wanita

Dengan menggunakan persamaan (8), didapatkan hasil perhitungan tingkat *error* dari nilai tunai manfaat untuk ahli waris dari pihak tertanggung yang berusia 25, 35, dan 45 tahun saat penandatanganan kontrak yang dapat dilihat pada Tabel 17-19.

Tabel 17 Tingkat  $ErrorA_x$  TMI 3 Wanita untuk Pihak Tertanggung Berusia 25 Tahun

$k$	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	34,1277	41,6671	41,7303
		0,20		20,2419	40,3245
		0,35		0,9668	37,7605
	0,070	0,01		70,7038	70,7902
		0,20		39,3458	68,3070
		0,35		6,3361	63,7684
	0,080	0,01		95,2329	95,3333
		0,20		57,0424	91,9985
		0,35		12,4210	85,8778
2,0	0,055	0,01	34,1277	41,7269	41,7461
		0,20		34,1323	41,3064
		0,35		21,4577	40,4332
	0,070	0,01		70,8567	70,8829
		0,20		60,1170	70,1051
		0,35		41,2581	68,5590
	0,080	0,01		95,4857	95,5162
		0,20		82,7156	94,4712
		0,35		59,4951	92,3910
3,0	0,055	0,01	34,1277	41,7421	41,7506
		0,20		38,2392	41,5536
		0,35		31,6232	41,1535
	0,070	0,01		70,8988	70,9105
		0,20		65,9890	70,5617
		0,35		56,4990	69,8533
3,0	0,080	0,01	34,1277	95,5576	95,5712
		0,20		89,7547	95,1025
		0,35		78,3606	94,1498

Tabel 18 Tingkat  $ErrorA_x$  TMI 3 Wanita untuk Pihak Tertanggung Berusia 35 Tahun

$k$	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	13,3649	16,2129	16,2366
		0,20		7,9998	15,7094
		0,35		0,3537	14,7441
	0,070	0,01		26,8701	26,9012
		0,20		15,3518	26,0061
		0,35		2,4491	24,3637
	0,080	0,01		35,6468	35,6824
		0,20		21,9207	34,4989
		0,35		4,9010	32,3213
2,0	0,055	0,01	13,3649	16,2385	16,2457
		0,20		13,3679	16,0807
		0,35		8,4686	15,7525
	0,070	0,01		26,9438	26,9532
		0,20		23,0443	26,6723
		0,35		16,0667	26,1132
	0,080	0,01		35,7710	35,7818
		0,20		31,2121	35,4099
		0,35		22,8207	34,6690
3,0	0,055	0,01	13,3649	16,2452	16,2484
		0,20		14,9258	16,1744
		0,35		12,4086	16,0241
	0,070	0,01		26,9647	26,9689
		0,20		25,1861	26,8428
		0,35		21,7223	26,5866
	0,080	0,01		35,8071	35,8120
		0,20		33,7372	35,6450
		0,35		29,6562	35,3055

Tabel 19 Tingkat  $ErrorA_x$  TMI 3 Wanita untuk Pihak Tertanggung Berusia 45 Tahun

$k$	$\theta$	$\sigma$	Konstan	Vasicek	CIR
1,1	0,055	0,01	1,3705	1,9248	1,9295
		0,20		0,4090	1,8261
		0,35		0,1185	1,6379
	0,070	0,01		4,0984	4,1048
		0,20		1,7639	3,9199
		0,35		0,2697	3,5815
	0,080	0,01		5,9406	5,9482
		0,20		3,0856	5,7000
		0,35		0,0405	5,2440
2,0	0,055	0,01	1,3705	1,9323	1,9337
		0,20		1,3721	1,9010
		0,35		0,4792	1,8362
	0,070	0,01		4,1258	4,1277
		0,20		3,3161	4,0692
		0,35		1,9014	3,9527
	0,080	0,01		5,9874	5,9897
		0,20		5,0239	5,9110
		0,35		3,2724	5,7543
3,0	0,055	0,01	1,3705	1,9343	1,9350
		0,20		1,6740	1,9203
		0,35		1,1888	1,8905
	0,070	0,01		4,1339	4,1347
		0,20		3,7626	4,1084
		0,35		3,0455	4,0548
	0,080	0,01		6,0015	6,0025
		0,20		5,5623	5,9671
		0,35		4,7003	5,8951

Dari ketiga tabel di atas, dapat dilihat bahwa semakin besar nilai parameter  $k$  dan  $\theta$ , tingkat *error* dari nilai tunai manfaat untuk ahli waris pihak tertanggung juga semakin besar. Sedangkan untuk parameter  $\sigma$ , semakin besar nilainya, tingkat *error* dari nilai tunai manfaat semakin kecil.

### Analisis Model

Berdasarkan tabel-tabel tingkat *error* untuk nilai tunai manfaat, dapat dilihat bahwa semakin tinggi usia pihak tertanggung saat penandatanganan kontrak, semakin kecil tingkat *error* yang dihasilkan. Hal ini dikarenakan semakin tinggi usia seseorang, semakin kecil tingkat *error* yang terakumulasi hingga orang tersebut mengalami risiko.

Jika dilihat dari segi usia, semakin tinggi usia seseorang, semakin besar nilai tunai manfaat yang diperoleh ahli waris dari pihak tertanggung. Hal ini dikarenakan pada usia yang lebih tinggi, tingkat risiko yang mungkin dialami oleh pihak tertanggung semakin besar.

## SIMPULAN

Dari ketiga tabel mortalita, dapat disimpulkan bahwa semakin tinggi usia seseorang, semakin besar nilai tunai manfaat yang diperoleh. Hal ini dikarenakan pada usia yang lebih tinggi, tingkat risiko yang mungkin dialami oleh pihak tertanggung semakin besar. Tingkat *error* nilai tunai manfaat untuk TMI 3 wanita paling kecil dibandingkan tingkat *error* dari tabel mortalita lainnya. Hal ini sesuai dengan hasil analisis yang telah dilakukan sebelumnya (Huang dan Kristiani, 2012). Untuk pengaruh nilai parameter pada model tingkat suku bunga stokastik, dapat dilihat bahwa pada tingkat suku bunga yang mengikuti model Vasicek, semakin besar nilai parameter  $k$ , pengaruh parameter  $\sigma$  terhadap nilai tunai manfaat untuk pihak tertanggung akan semakin kecil. Pada tingkat suku bunga yang mengikuti model CIR, untuk sebarang nilai parameter  $k$ , pengaruh parameter  $\sigma$  terhadap nilai tunai manfaat untuk pihak tertanggung tidak terlalu signifikan. Pengaruh parameter  $\theta$  cukup signifikan terhadap nilai tunai manfaat baik untuk tingkat suku bunga model Vasicek dan CIR untuk sebarang nilai parameter  $k$  dan  $\sigma$ .

Pada pembahasan lebih lanjut dapat digunakan asumsi hukum mortalita De Moivre dan Weibull. Selain itu, dapat digunakan tabel mortalita selain tabel mortalita yang digunakan pada penulisan ini, misalnya tabel mortalita Jepang dan asuransi yang digunakan selain asuransi jiwa seumur hidup.

## DAFTAR PUSTAKA

- Bowers, N.L., Gerber, H.U., Hickman, J.C., Jones, D.A., dan Nesbitt, C.J. (1997). *Actuarial Mathematics* (2<sup>nd</sup> ed). Illinois: The Society of Actuaries.
- Huang, V. dan Kristiani, F. (2012). Analisis Kesesuaian Hukum Mortalita Gompertz dan Makeham Terhadap Tabel Mortalita Amerika Serikat dan Indonesia. *Prosiding Seminar Nasional Matematika Unpar*, 7.
- Hull, J.C. (2003). *Option, Futures, and Other Derivatives* (5<sup>th</sup> ed). New Jersey: Prentice Hall.
- Sanjaya, K. D., Permana, F.J., dan Kristiani, F. (2011). Perhitungan Nilai-nilai Aktuaria dengan Asumsi Tingkat Suku Bunga Berubah Secara Stokastik. *Mat Stat*, 11 (2): 149-152.